



9

*Fortaleza*  
**CONANACEP**

CONGRESSO NACIONAL DA ANCEP

# Tábua de Sobrevivência Bi-dimensional do Prof. Rio Nogueira

Kaizô Iwakami Beltrão  
Kaizo.beltrao@fgv.br

# Objetivo

- Apresentar as bases técnicas para a construção de tábuas de mortalidade bi-dimensionais dependentes da idade  $x$  e da época  $\varepsilon$ .

# Motivação

- “Não é de hoje que os atuários se preocupam com a involução da Taxa de Mortalidade Humana. É natural que, no curso dos anos, as pessoas ganhem mais tempo de vida, protegidas pelo desenvolvimento dos métodos de preservação da saúde.”

## Motivação (cont.)

- “Embora auspiciosa, a evolução temporal da expectativa de vida em cada idade ... hoje se torna a maior preocupação dos técnicos com o custo das aposentadorias e a necessidade urgente de reformulação da própria doutrina atuarial.”

## Motivação (cont.)

- “...qualquer avaliação atuarial fundamentada nos dados observados em períodos vencidos encerra necessariamente a sub-estimação de reservas – no caso das aposentadorias – e o conseqüente obscurecimento da situação econômica da entidade.”

- “... Reconhecida a obsolescência das tábuas clássicas, forçoso é admitir que o seu uso nas avaliações oculta o déficit embrionário agora revelado para várias entidades; e a solução obrigaria a reformular planos de benefícios com a progressiva redução das aposentadorias precoces – **que se tornam cada vez mais precoces** – aprimorando a linha que inspirou a teoria do fator previdenciário (Lei 9876/99) para protelar a concessão da aposentadoria básica”.
- Prof. Rio Nogueira (2005)

- “Os fundos de pensão estão um passo atrás das seguradoras, no que diz respeito à adoção de tábuas de longevidade. Além da maioria utilizar a AT-83, anterior a AT-2000, as entidades fechadas de previdência complementar não adotam o improvement (técnica que visa atualizar a tábua de sobrevivência automaticamente, considerando o aumento esperado da sobrevida).” SEGS(23/3)

- O prof. Rio Nogueira vinha se debruçando sobre este problema já há bastante tempo, tendo inclusive alertado várias entidades, desde o século passado, da necessidade de incorporar nos cálculos atuariais as melhorias ocorridas na sobrevivência da população assistida.

- O Professor não conseguiu ultimar a tábua de sobrevivência bi-dimensional, mas deixou o seu legado na forma de notas escritas e um primeiro exercício que foi apresentado a diretoria da Petros em abril de 2005.
- Este primeiro exercício contava com somente 5 anos de histórico de sinistralidade, não o suficiente para a determinação de um parâmetro crucial para descrever a evolução da sobrevivência no tempo, como propunha o Professor: o progresso da vitalidade humana.

- O que nos propusemos é dar continuidade aos cálculos efetuados pelo Professor com um histórico mais longo 16 anos.
- O que se mostra a seguir é uma replicação dos passos seguidos (e anotados) pelo Professor, mas com este histórico mais alongado.

## Contextualização (teorias para a evolução da mortalidade)

- Compressão
- Translação lateral
- Translação vertical

# Metodologia

- Pela lei de Makeham:

$$l_x = ks^x g^{c^x}$$

Conseqüentemente a probabilidade de sobrevivência entre idades exatas é:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} = sg^{(c-1)c^x}$$

- Tirando-se o logaritmo:

$$\ln(p_x) = \ln(s) + (c - 1) * c^x * \ln(g)$$

e renomeando algumas variáveis, temos:

$$\ln(p_x) = a + b * c^x$$

- A partir dos dados da entidade é possível estimar esta função  $p_x$  para diferentes períodos. No presente trabalho utilizamos os quinquênios: 2002/2004, 2005/2007 e 2008/2010, centrados nos anos 2003, 2006 e 2009 (que serão considerados os instantes 0, 3 e 6).

# Parâmetros do ajuste

	2002/2004	2005/2007	2008/2010
a	-0,000133389	-0,000020711	0,000090626
b	-0,000016328	-0,000015190	-0,000014050
c	1,107870051	1,107868384	1,107868153

A representação da probabilidade de sobrevivência na idade  $x$  e na época  $\varepsilon$ , é dada pela função hiperbólica (por hipótese):

$$p_x(\varepsilon) = \frac{(\Delta \varepsilon^{\nu(x)} + \alpha_x)}{(\varepsilon^{\nu(x)} + \beta_x)}$$

Onde  $\nu(x)$  é o parâmetro de progresso da vitalidade humana e  $\Delta$  é a assíntota da função sobrevivência evitando atingir-se a unidade.

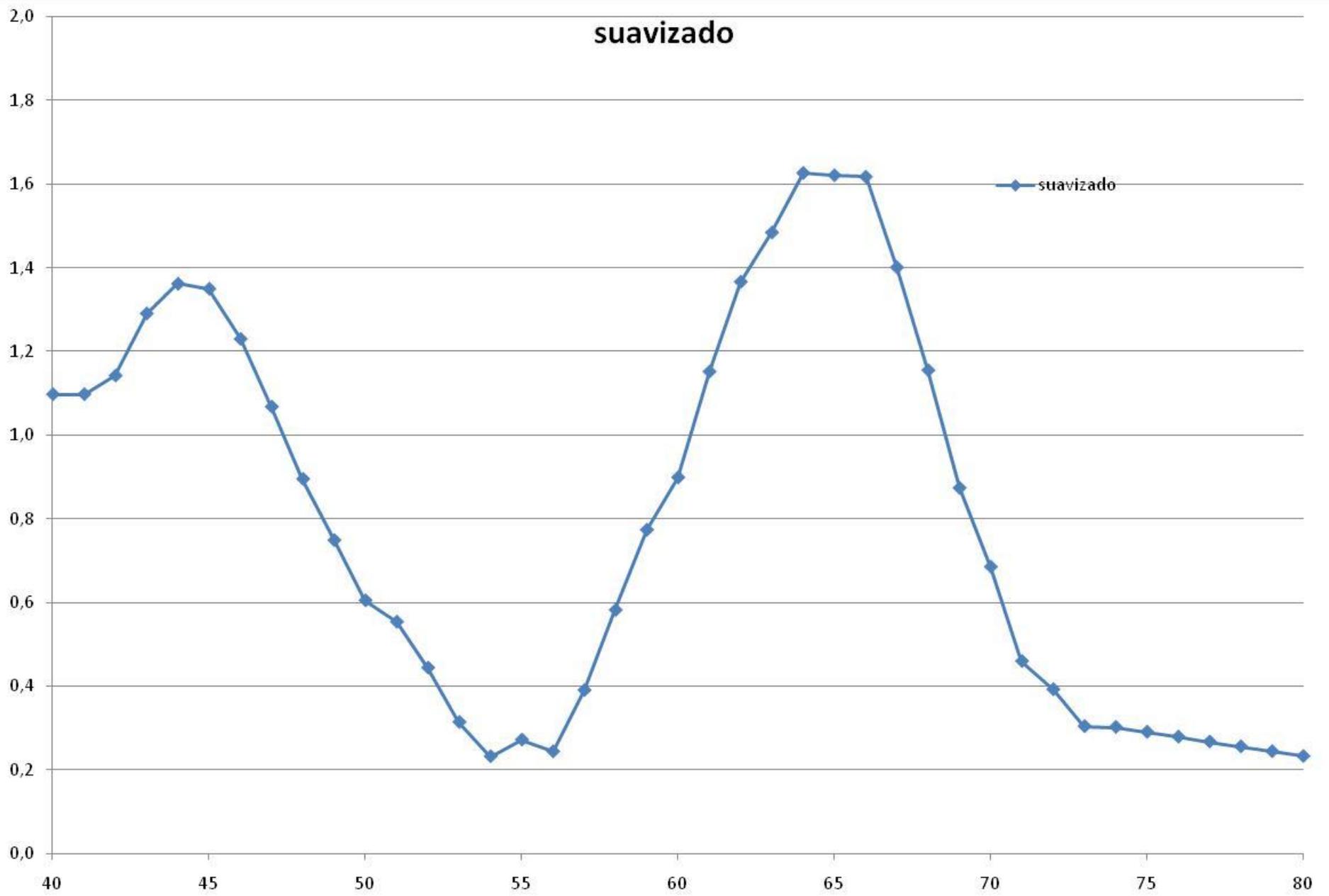
Considerando esta equação para 3 instantes:  $\varepsilon=0, 3$  e  $6$ , e os valores obtidos dos dados da entidade ajustados ao modelo de Makeham para os 3 triênios, podemos resolver e obter estimadores para todas as quantidades envolvidas,  $v(x)$ ,  $\alpha_x$  e  $\beta_x$ .

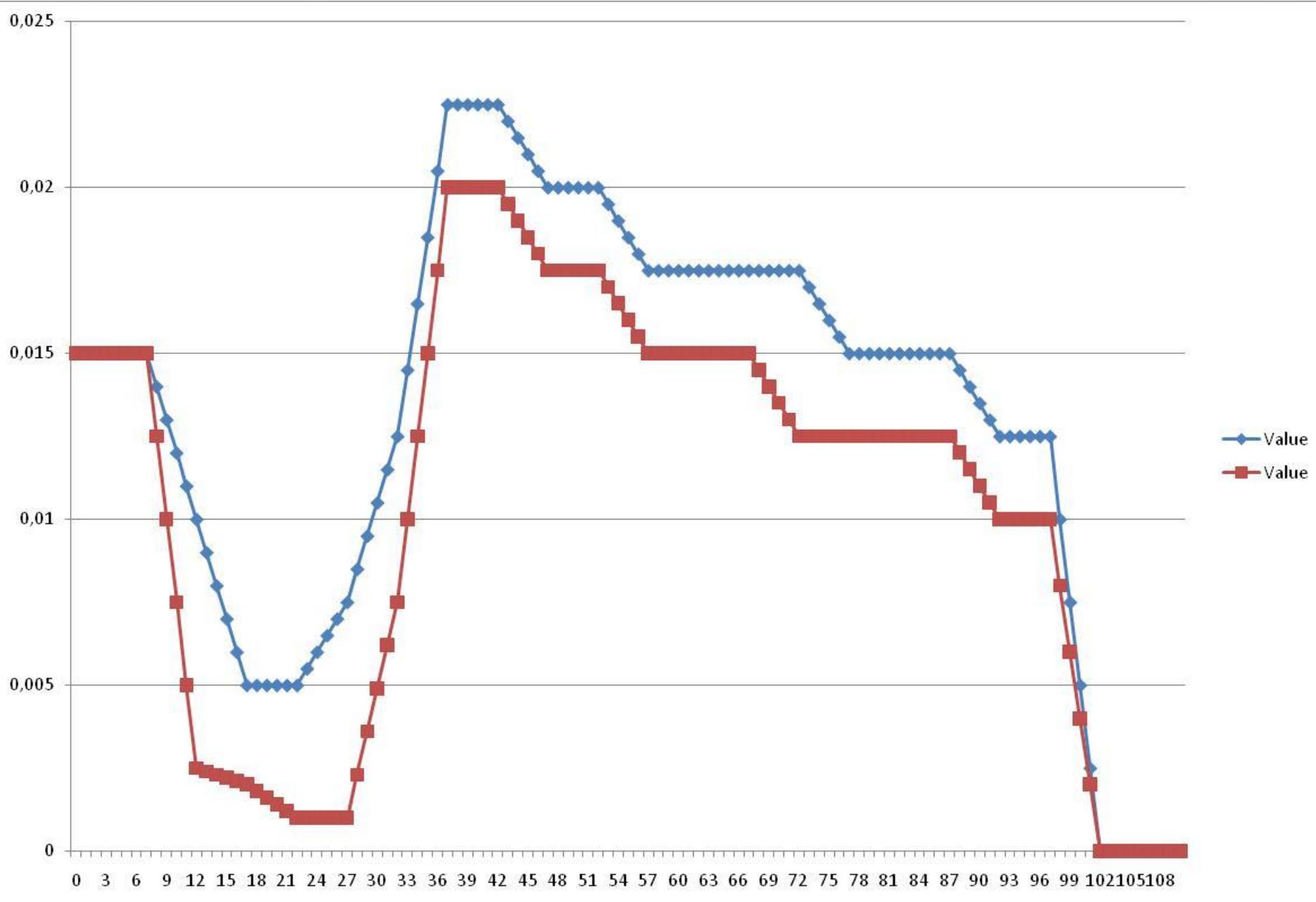
$$v(x) = \frac{\ln \left[ \frac{p_x(6) - p_x(0)}{\Delta - p_x(6)} \cdot \frac{\Delta - p_x(3)}{p_x(3) - p_x(0)} \right]}{\ln(2)}$$

$$\beta_x = \frac{\sigma^{v(x)} (\Delta - p_x(6))}{(p_x(6) - p_x(0))}$$

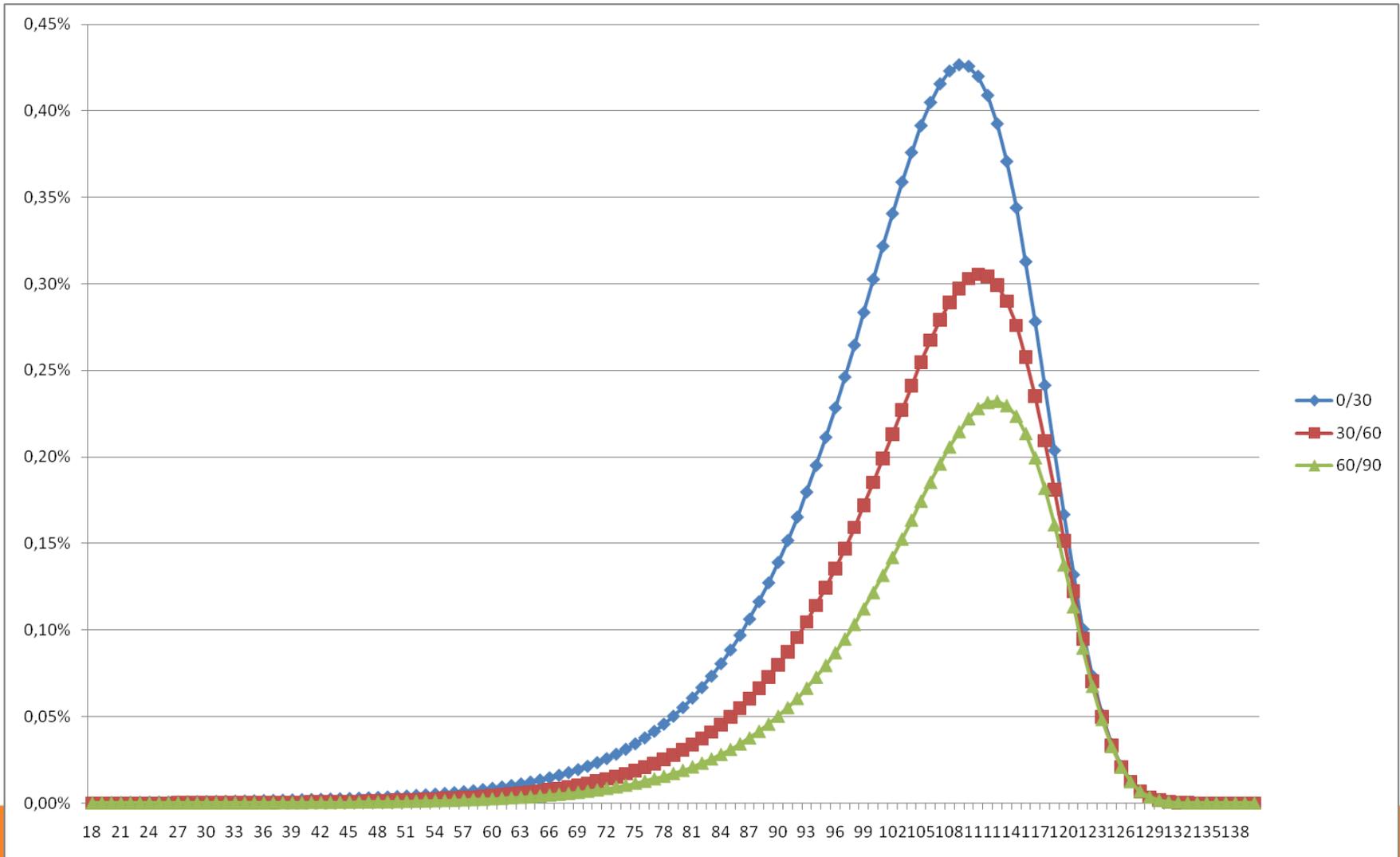
$$\alpha_x = p_x(0) \cdot \beta_x$$

# suavizado

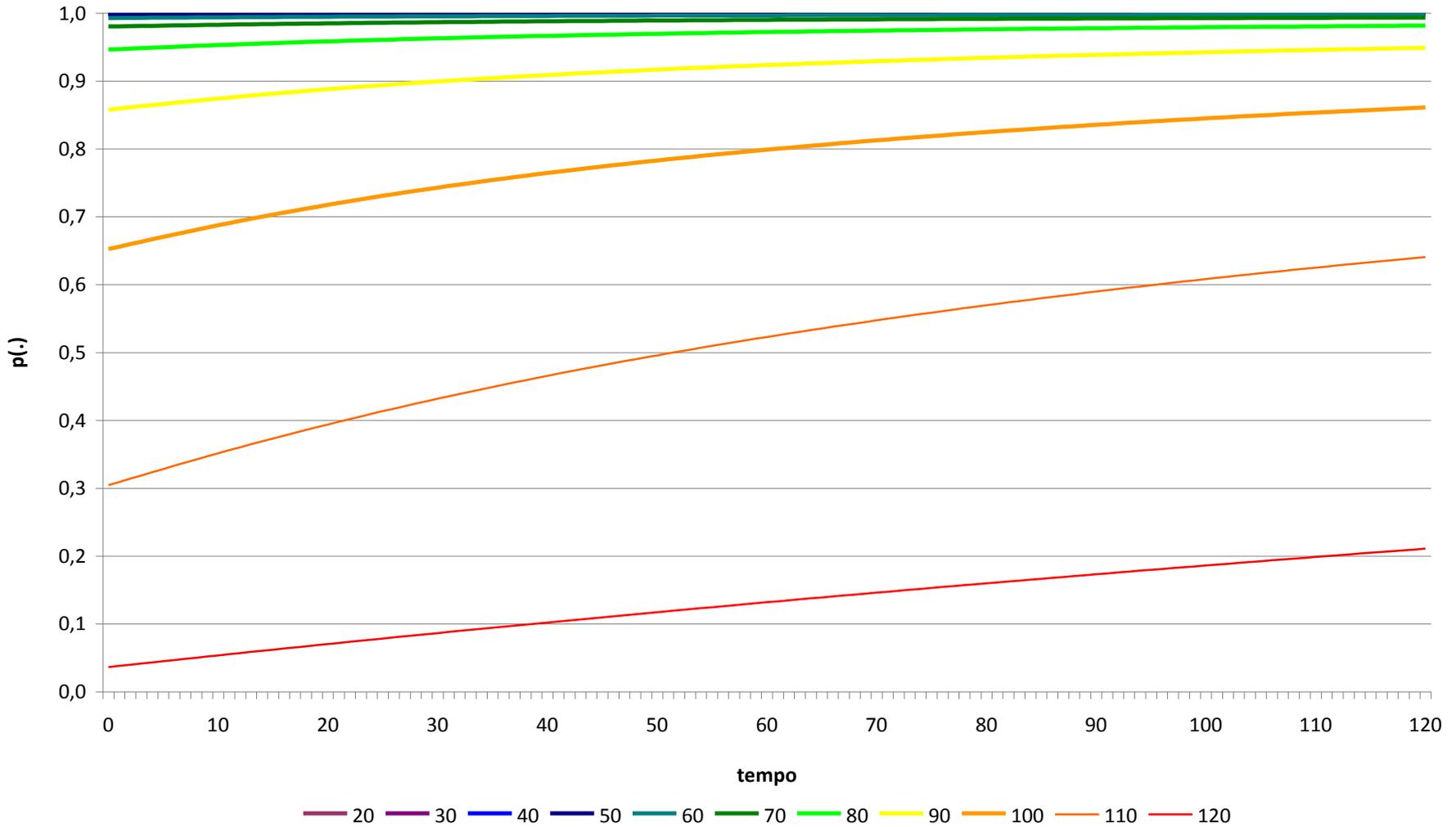




# Improvement implícito na tábua

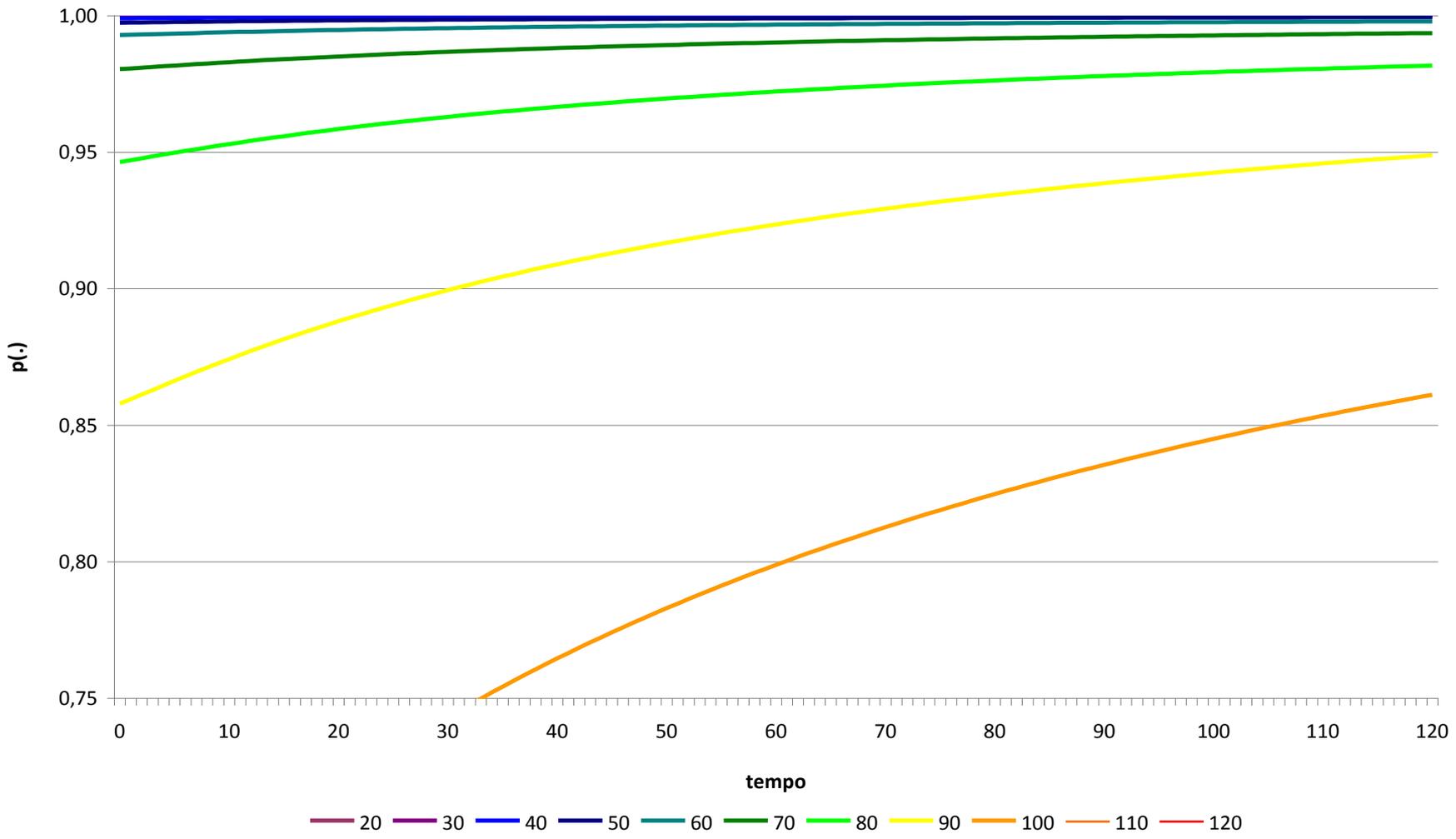


# Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades selecionadas

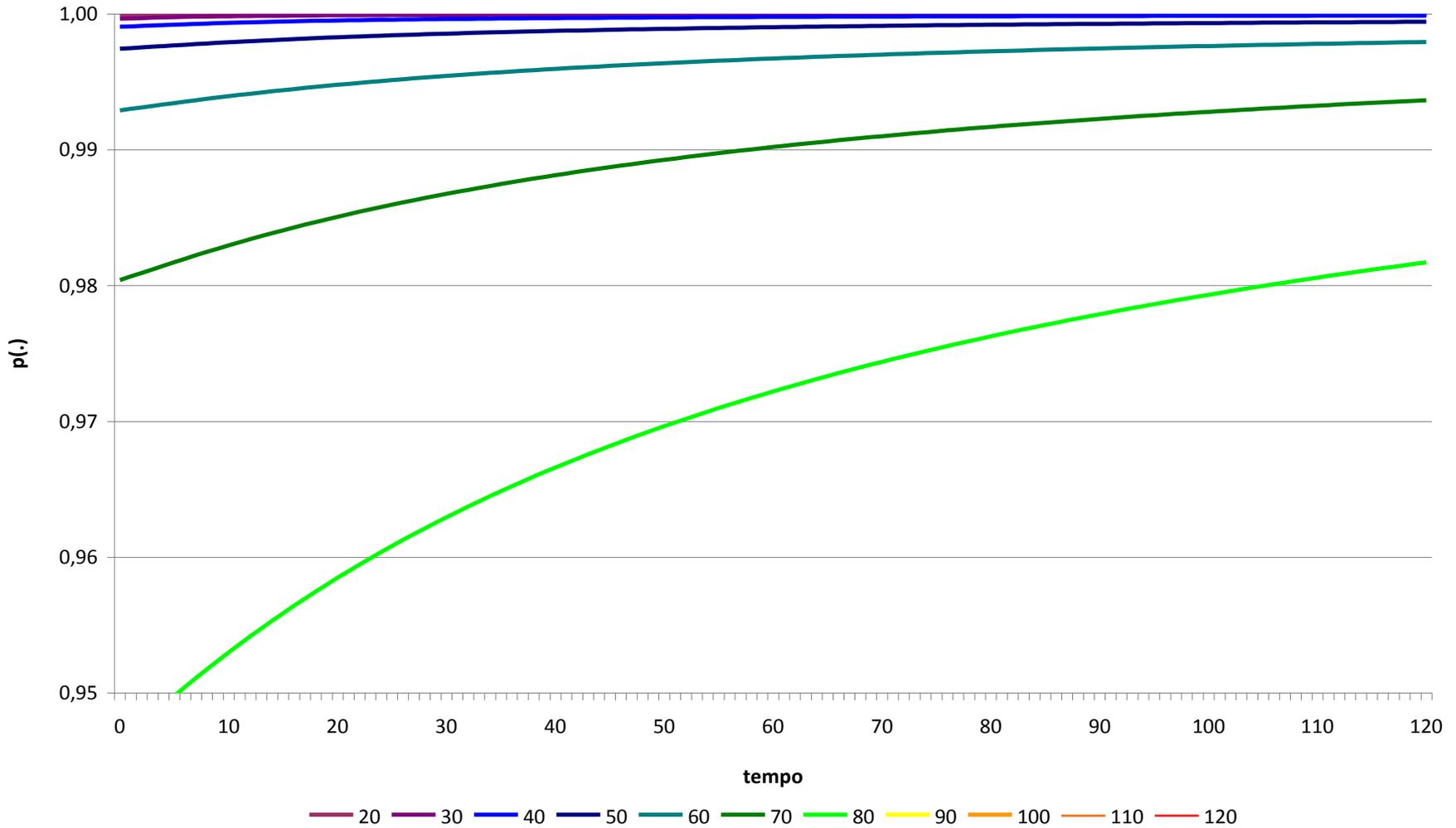




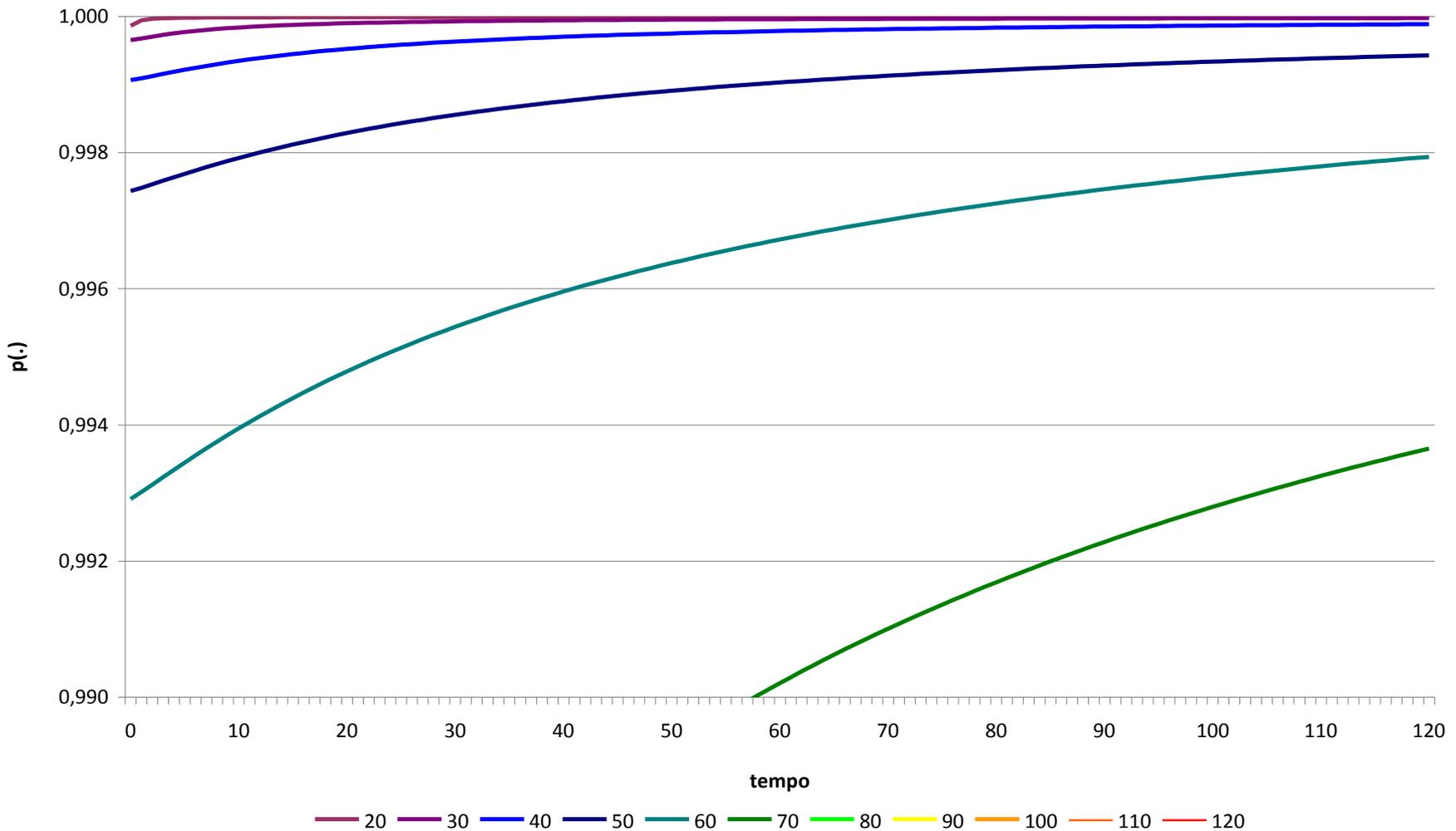
## Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades selecionadas



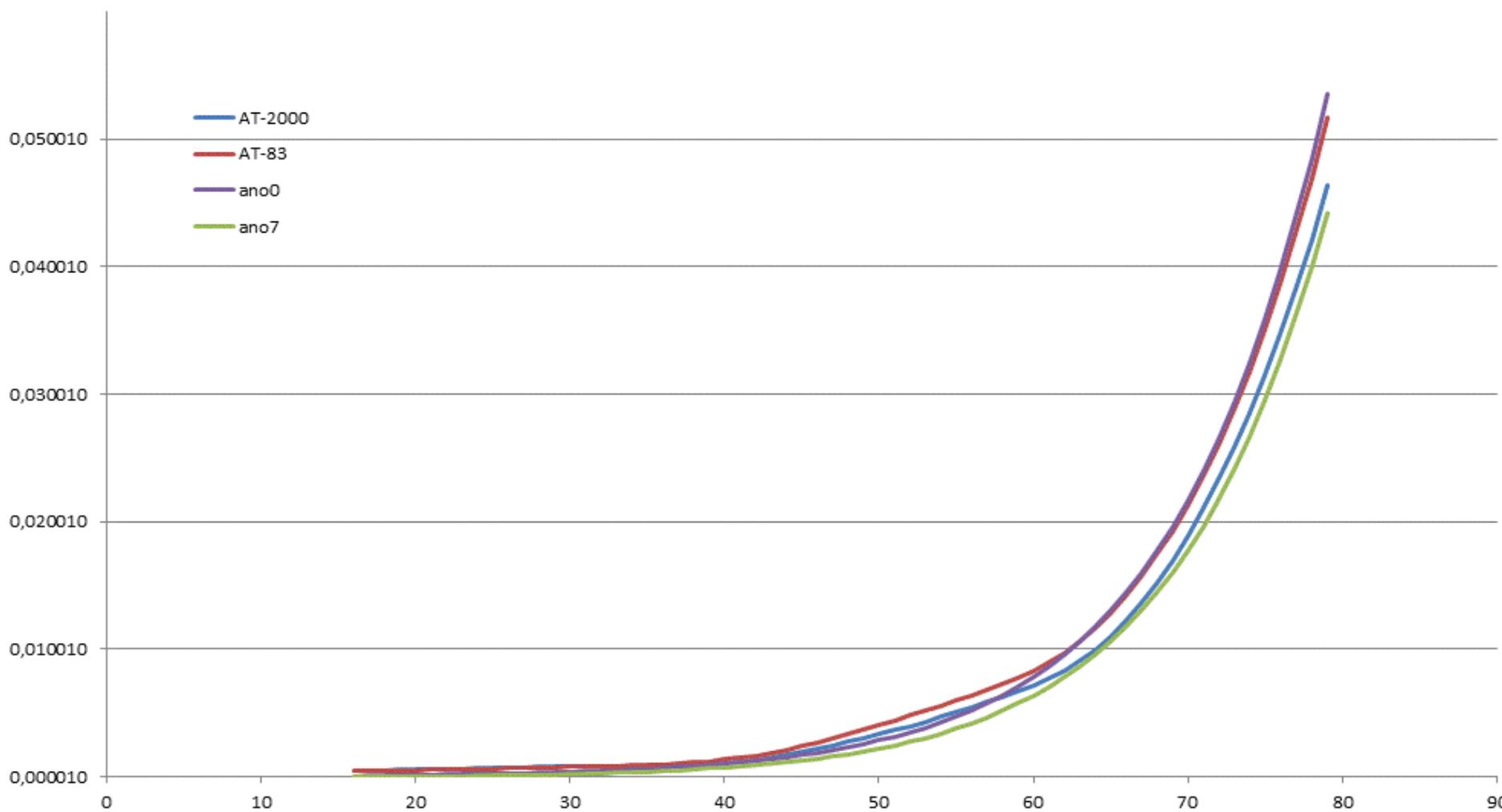
# Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades selecionadas



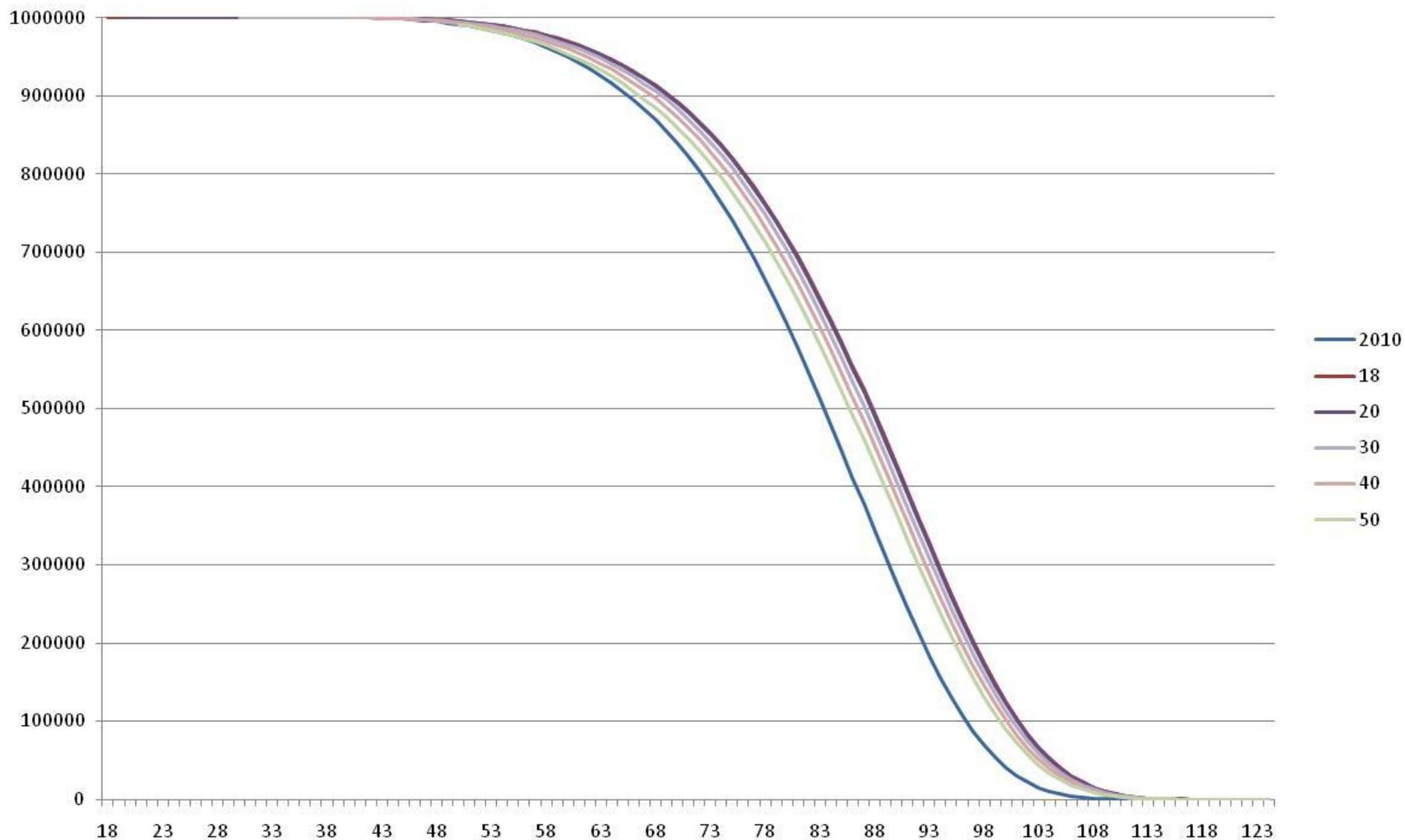
## Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades selecionadas



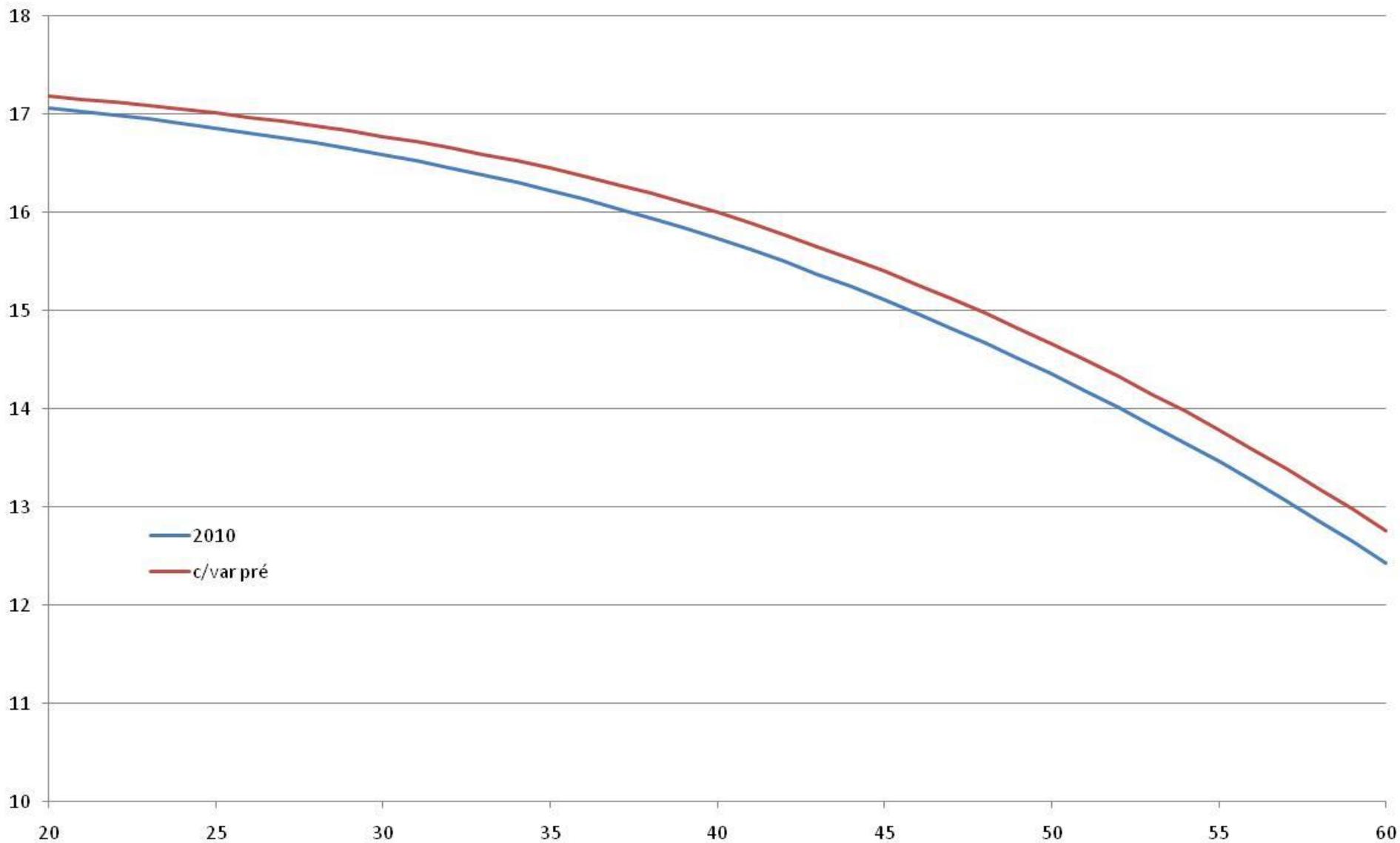
### Probabilidade de morte para tábuas selecionadas



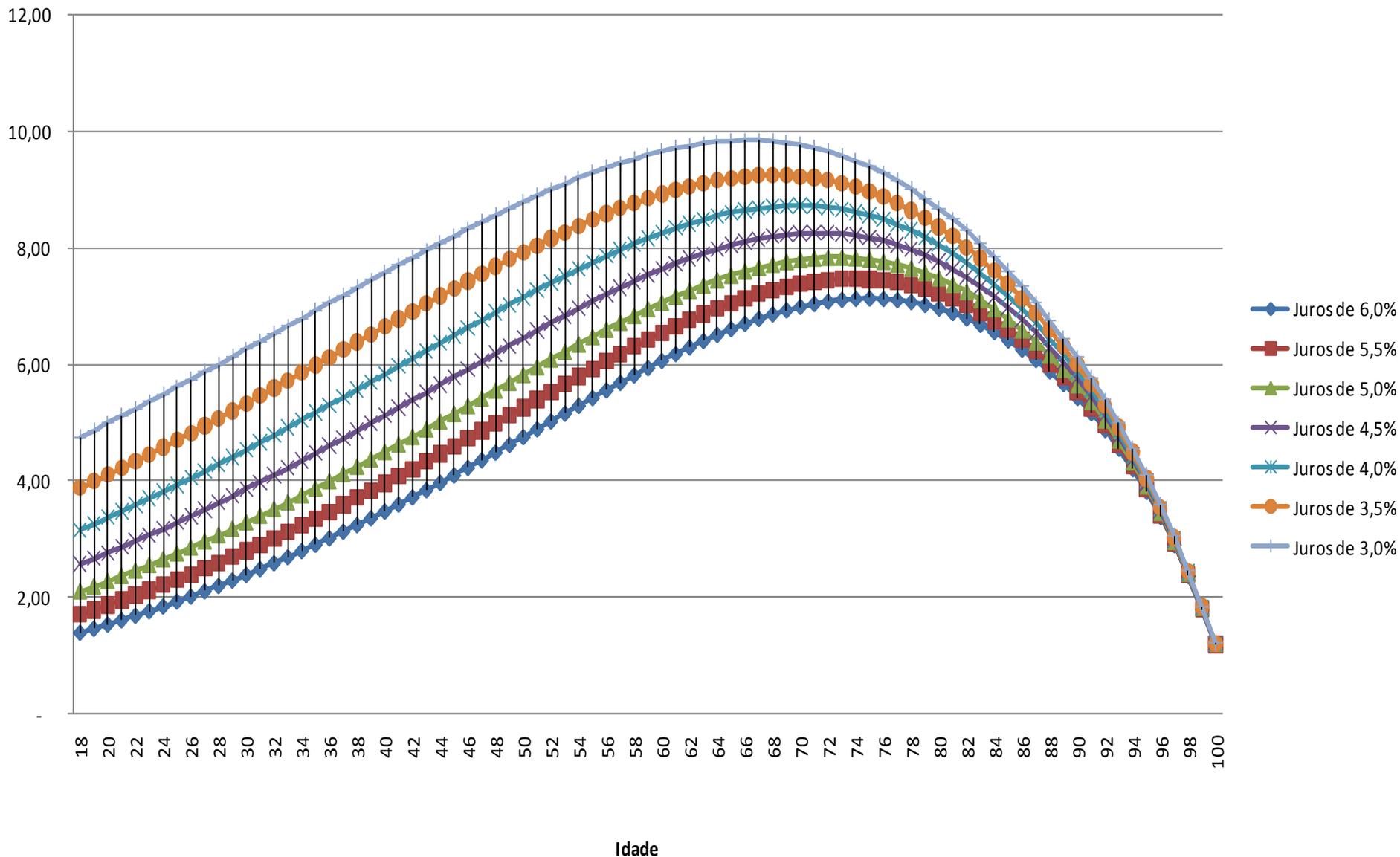
## Ix estimado para 2010 e para idades seleccionadas incorporando o progresso da vitalidade humana



## ax estimado para 2010 (i=6%) e com a incorporação do progresso da vitalidade humana



# Impacto na anuidade atuarial ax decorrente da incorporação do progresso da vitalidade humana nas tábuas - como função da idade



## Comentários e Conclusões

- Existe um impacto significativo, porém não assustador.
- Entidades abertas já estão utilizando cálculos com improvement (seja com a escala G ou fixando um percentual fixo de queda da mortalidade) para suas reservas.

- A tábua de sobrevivência bi-dimensional do Professor Rio, está construída em cima de uma experiência nacional, de uma população expressiva (por oposição ao uso da escala G – construída a partir de uma experiência americana), e diferencia os ganhos por idade (diferentemente da suposição de uma taxa uniforme de improvement).

- Comentários?
- Perguntas?

- Obrigado!
- Cálculos desenvolvidos por Kaizô Iwakami Beltrão e Antônio Carlos Cabral.