



fortaleza

CONANACEP

CONGRESSO NACIONAL DA ANCEP

Tábua de Sobrevivência Bi-dimensional do Prof. Rio Nogueira

Kaizô Iwakami Beltrão
Kaizo.beltrao@fgv.br

Objetivo

- Apresentar as bases técnicas para a construção de tábuas de mortalidade bi-dimensionais dependentes da idade x e da época ε .

Motivação

- “Não é de hoje que os atuários se preocupam com a involução da Taxa de Mortalidade Humana. É natural que, no curso dos anos, as pessoas ganhem mais tempo de vida, protegidas pelo desenvolvimento dos métodos de preservação da saúde.”

Motivação (cont.)

- “Embora auspiciosa, a evolução temporal da expectativa de vida em cada idade ... hoje se torna a maior preocupação dos técnicos com o custo das aposentadorias e a necessidade urgente de reformulação da própria doutrina atuarial.”

Motivação (cont.)

- “...qualquer avaliação atuarial fundamentada nos dados observados em períodos vencidos encerra necessariamente a sub-estimação de reservas – no caso das aposentadorias – e o conseqüente obscurecimento da situação econômica da entidade.”

- “... Reconhecida a obsolescência das tábuas clássicas, forçoso é admitir que o seu uso nas avaliações oculta o déficit embrionário agora revelado para várias entidades; e a solução obrigaria a reformular planos de benefícios com a progressiva redução das aposentadorias precoces – **que se tornam cada vez mais precoces** – aprimorando a linha que inspirou a teoria do fator previdenciário (Lei 9876/99) para protelar a concessão da aposentadoria básica”.
- Prof. Rio Nogueira (2005)

- “Os fundos de pensão estão um passo atrás das seguradoras, no que diz respeito à adoção de tábuas de longevidade. Além da maioria utilizar a AT-83, anterior a AT-2000, as entidades fechadas de previdência complementar não adotam o improvement (técnica que visa atualizar a tábua de sobrevivência automaticamente, considerando o aumento esperado da sobrevida).” SEGS(23/3)

- O prof. Rio Nogueira vinha se debruçando sobre este problema já há bastante tempo, tendo inclusive alertado várias entidades, desde o século passado, da necessidade de incorporar nos cálculos atuariais as melhorias ocorridas na sobrevivência da população assistida.

- O Professor não conseguiu ultimar a tábua de sobrevivência bi-dimensional, mas deixou o seu legado na forma de notas escritas e um primeiro exercício que foi apresentado a diretoria da Petros em abril de 2005.
- Este primeiro exercício contava com somente 5 anos de histórico de sinistralidade, não o suficiente para a determinação de um parâmetro crucial para descrever a evolução da sobrevivência no tempo, como propunha o Professor: o progresso da vitalidade humana.

- O que nos propusemos é dar continuidade aos cálculos efetuados pelo Professor com um histórico mais longo 16 anos.
- O que se mostra a seguir é uma replicação dos passos seguidos (e anotados) pelo Professor, mas com este histórico mais alongado.

Contextualização (teorias para a evolução da mortalidade)

- Compressão
- Translação lateral
- Translação vertical

Metodologia

- Pela lei de Makeham:

$$l_x = k s^x g^{c^x}$$

Conseqüentemente a probabilidade de sobrevivência entre idades exatas é:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} = s g^{(c-1)c^x}$$

- Tirando-se o logaritmo:

$$\ln(p_x) = \ln(s) + (c - 1) * c^x * \ln(g)$$

e renomeando algumas variáveis, temos:

$$\ln(p_x) = a + b * c^x$$

- A partir dos dados da entidade é possível estimar esta função p_x para diferentes períodos. No presente trabalho utilizamos os quinquênios: 2002/2004, 2005/2007 e 2008/2010, centrados nos anos 2003, 2006 e 2009 (que serão considerados os instantes 0, 3 e 6).

Parâmetros do ajuste

	2002/2004	2005/2007	2008/2010
a	-0,000133389	-0,000020711	0,000090626
b	-0,000016328	-0,000015190	-0,000014050
c	1,107870051	1,107868384	1,107868153

A representação da probabilidade de sobrevivência na idade x e na época ε , é dada pela função hiperbólica (por hipótese):

$$p_x(\varepsilon) = \frac{(\Delta \varepsilon^{\nu(x)} + \alpha_x)}{(\varepsilon^{\nu(x)} + \beta_x)}$$

Onde $\nu(x)$ é o parâmetro de progresso da vitalidade humana e Δ é a assíntota da função sobrevivência evitando atingir-se a unidade.

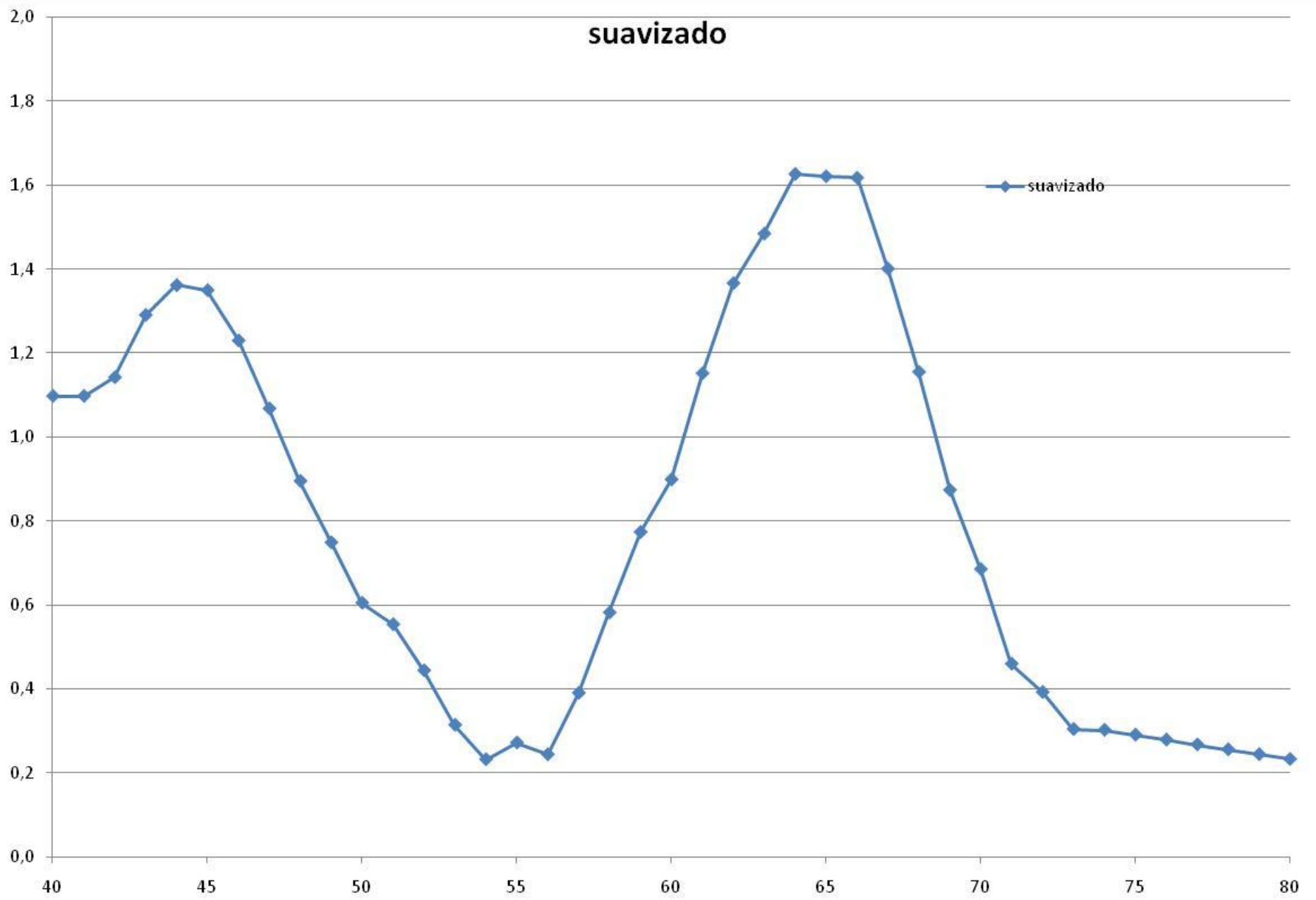
Considerando esta equação para 3 instantes: $\varepsilon=0, 3$ e 6 , e os valores obtidos dos dados da entidade ajustados ao modelo de Makeham para os 3 triênios, podemos resolver e obter estimadores para todas as quantidades envolvidas, $v(x)$, α_x e β_x .

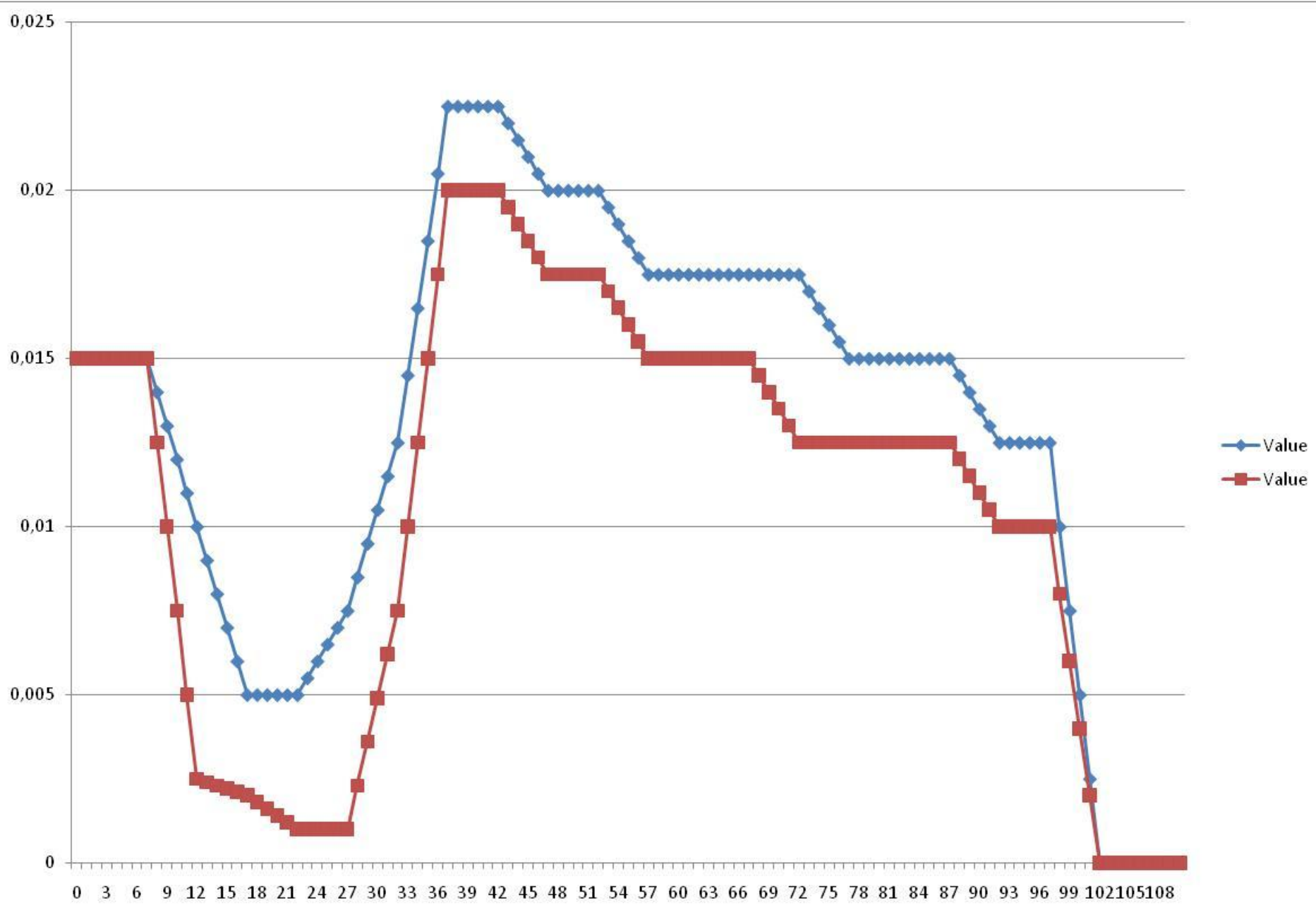
$$v(x) = \frac{\ln \left[\frac{p_x(6) - p_x(0)}{\Delta - p_x(6)} \cdot \frac{\Delta - p_x(3)}{p_x(3) - p_x(0)} \right]}{\ln(2)}$$

$$\beta_x = \frac{\sigma^{v(x)} (\Delta - p_x(6))}{(p_x(6) - p_x(0))}$$

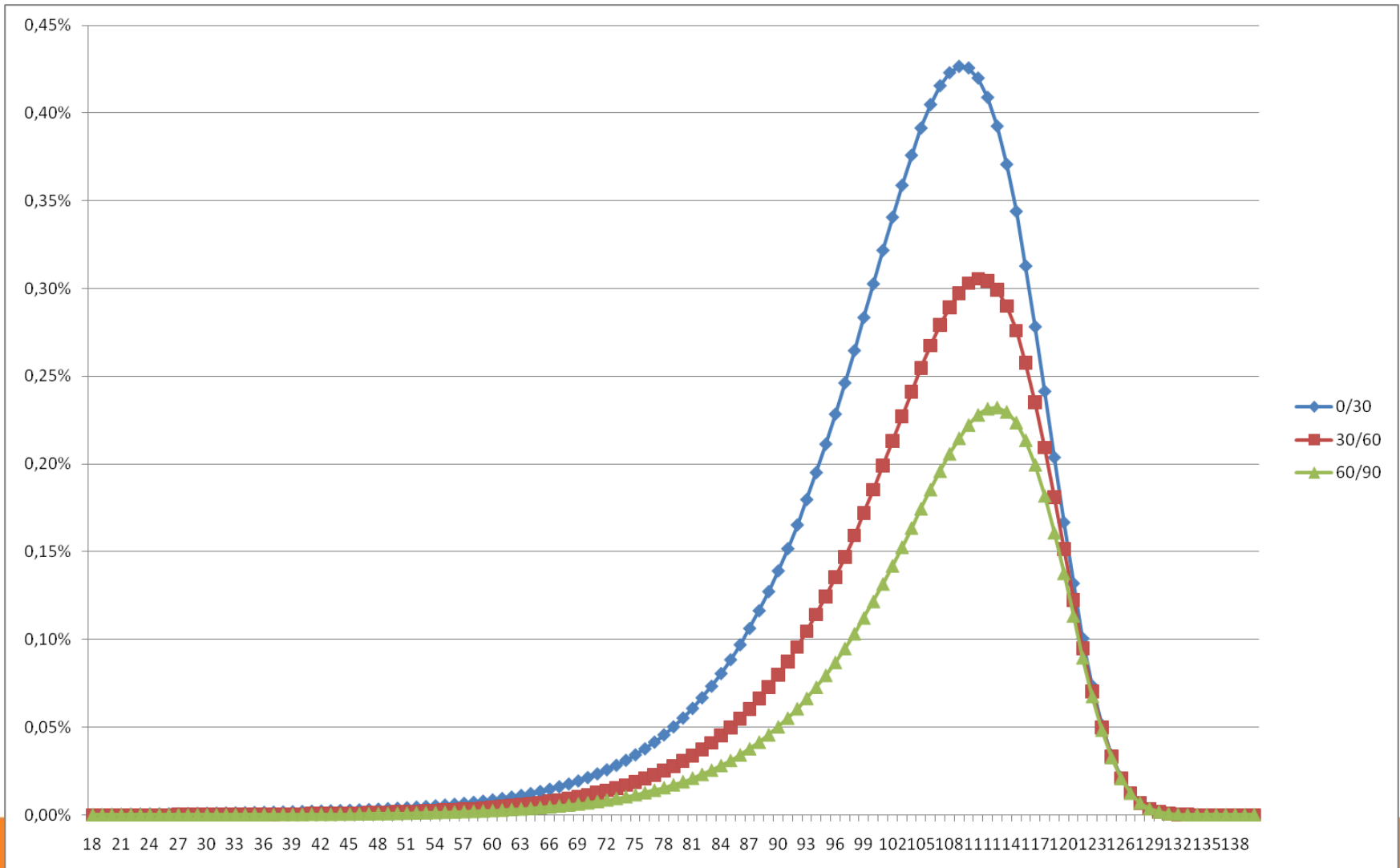
$$\alpha_x = p_x(0) \cdot \beta_x$$

suavizado

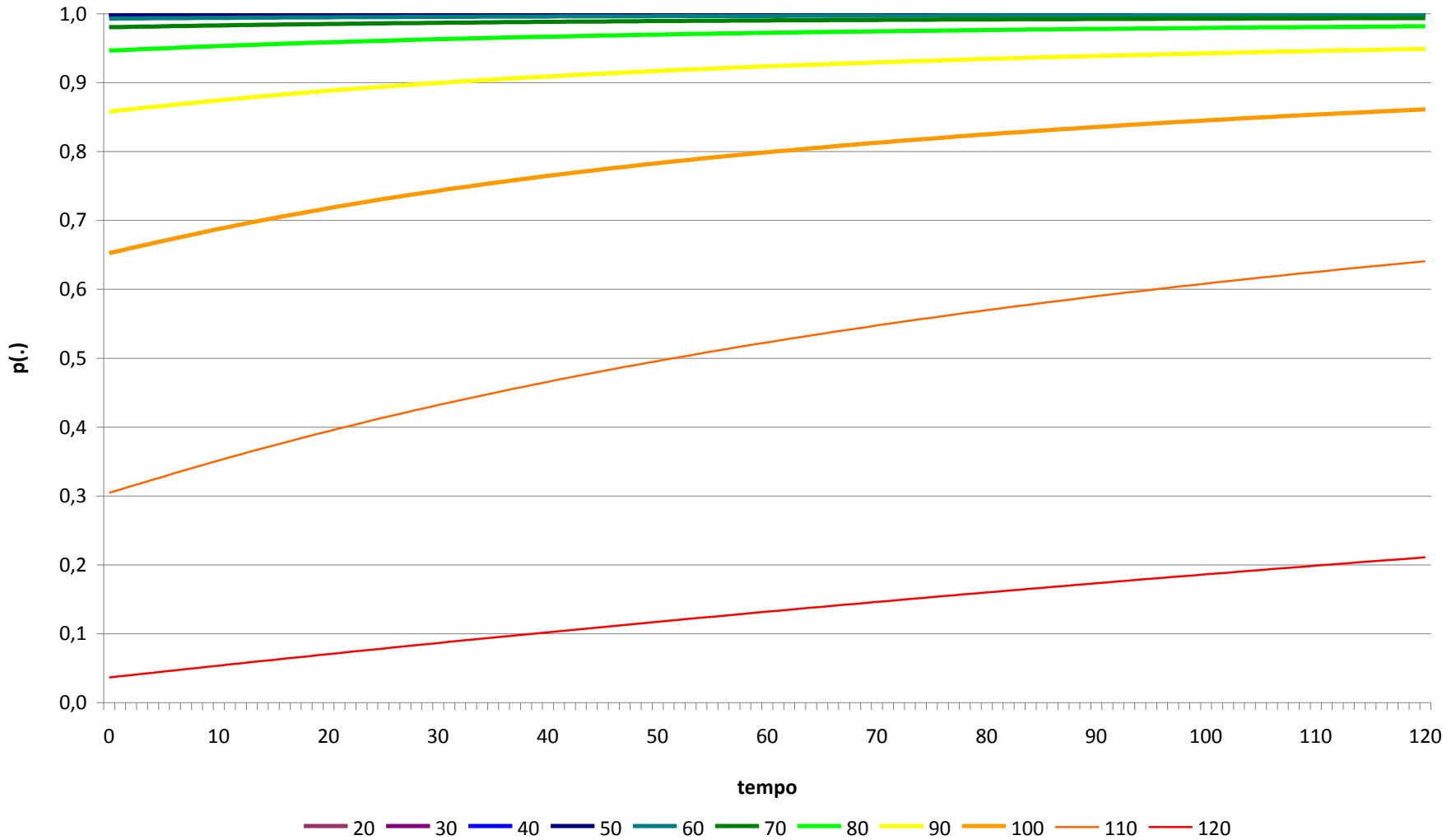




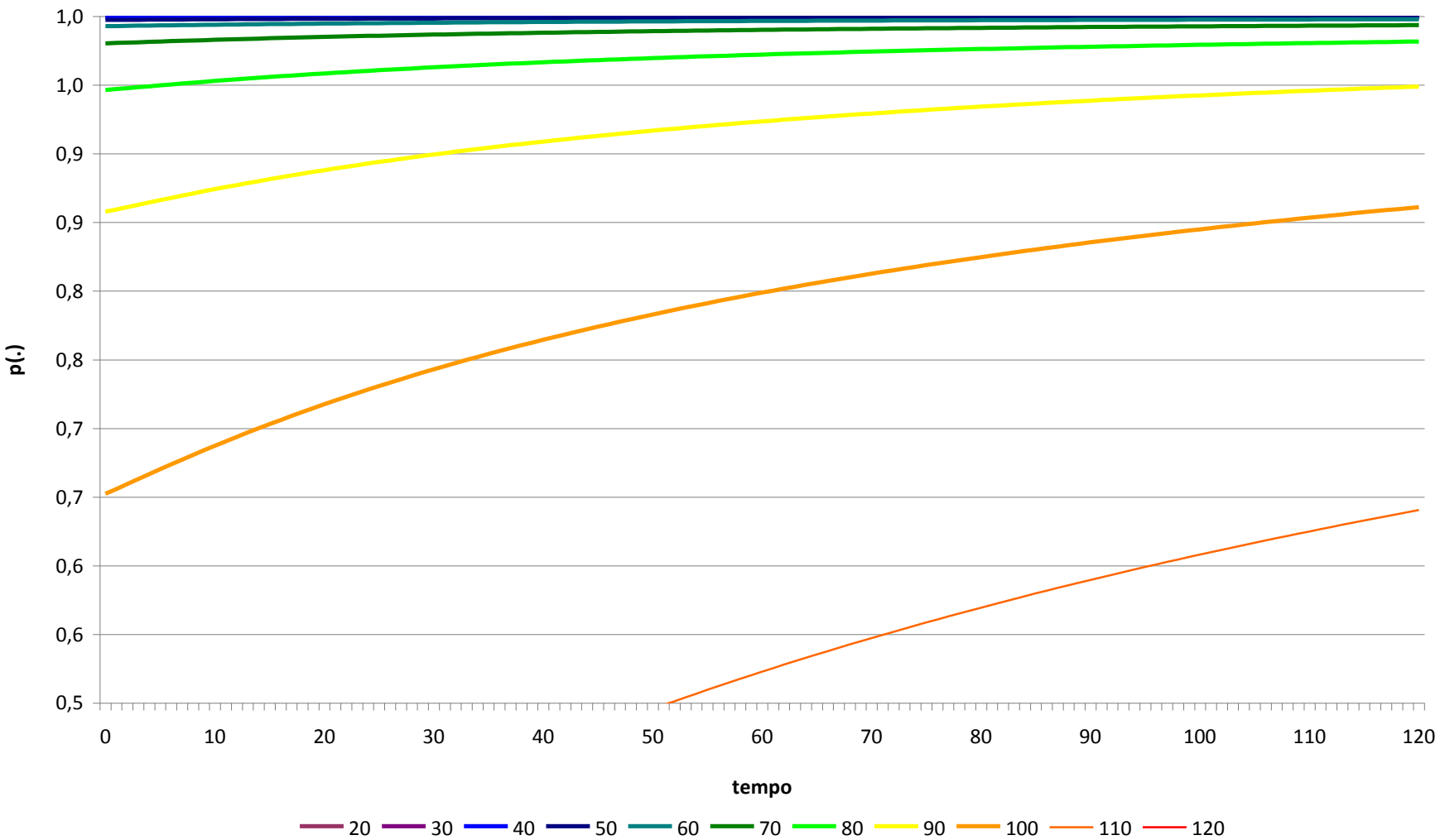
Improvement implícito na tábua



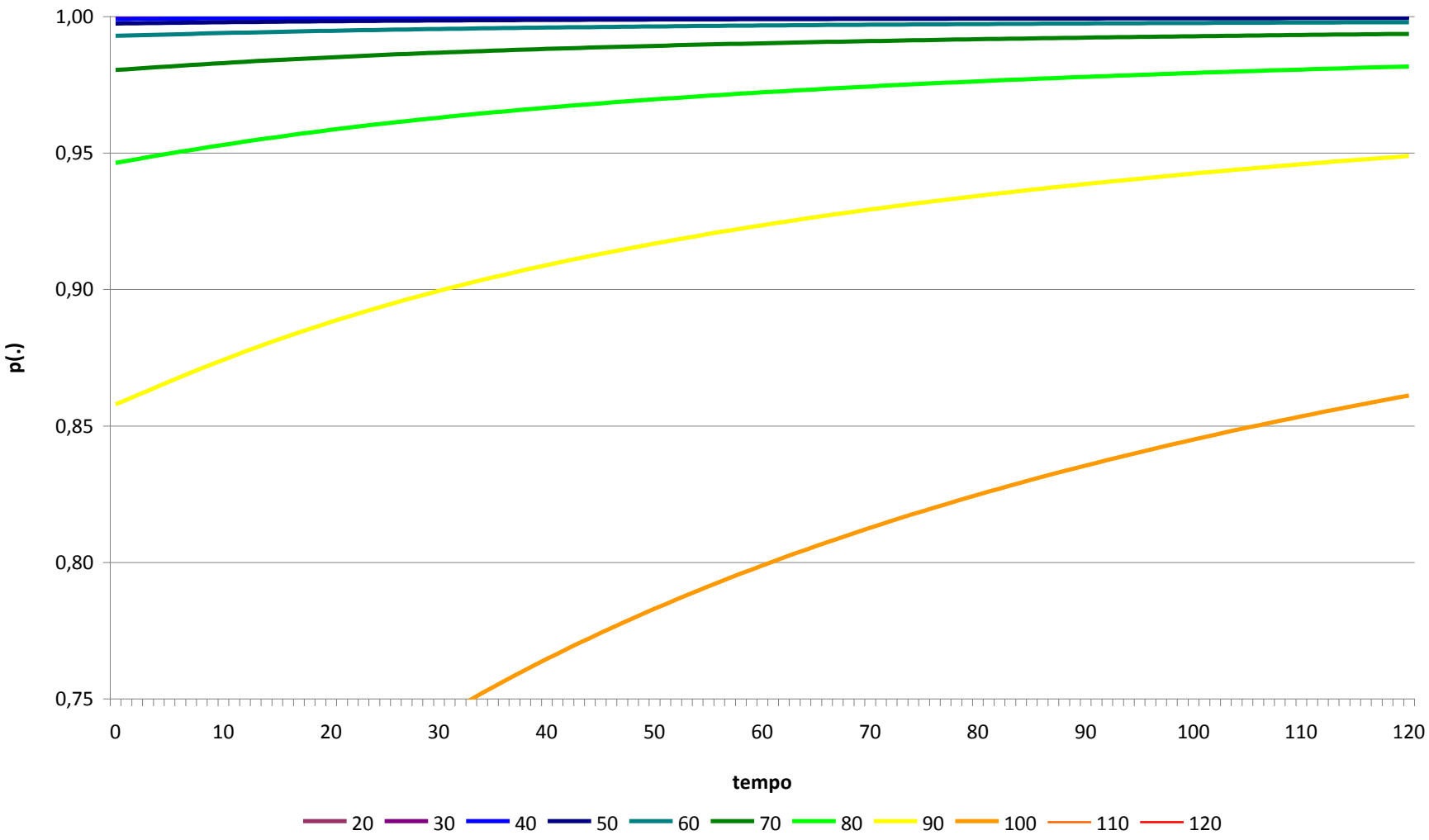
Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades selecionadas



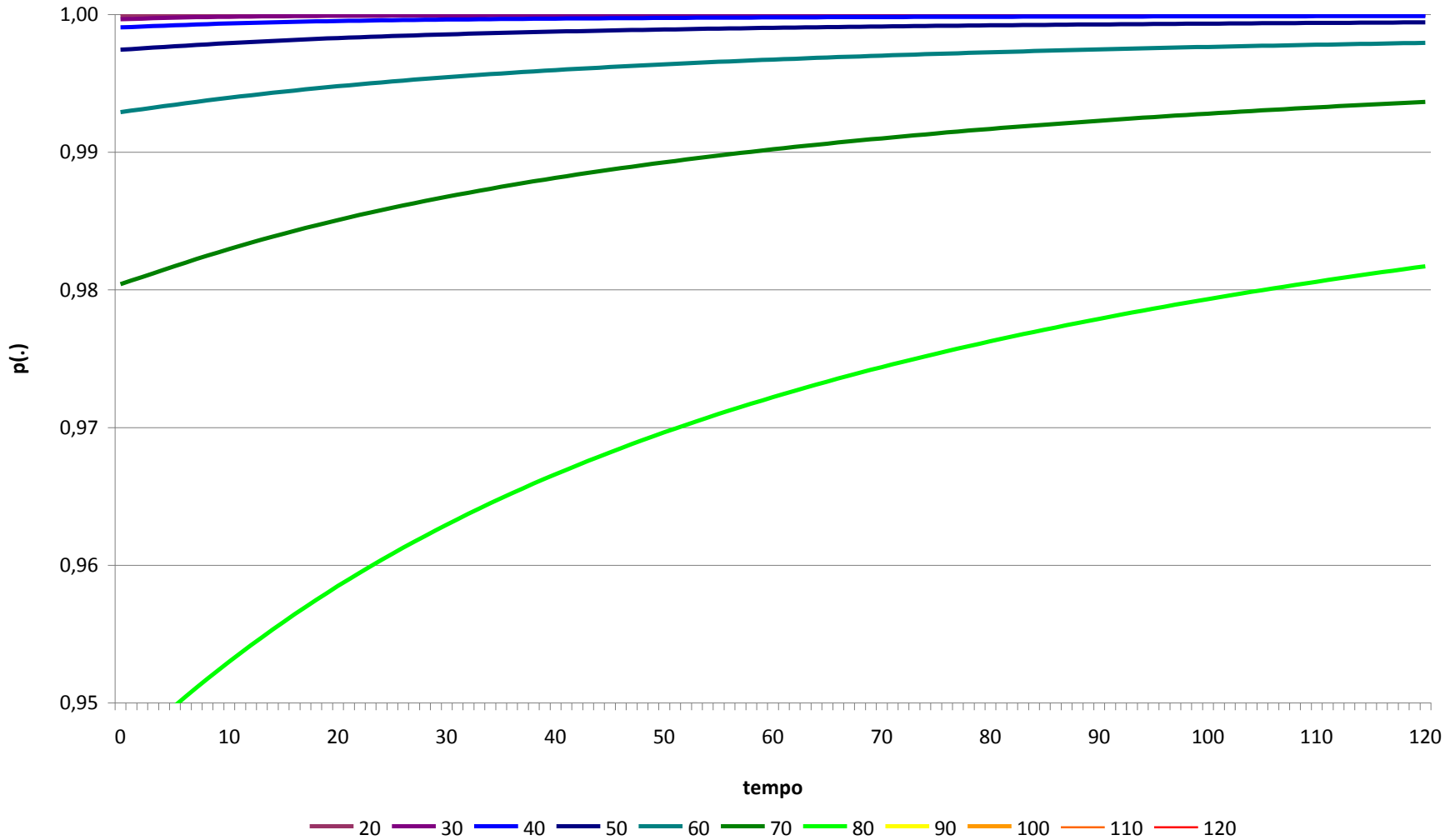
Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades selecionadas



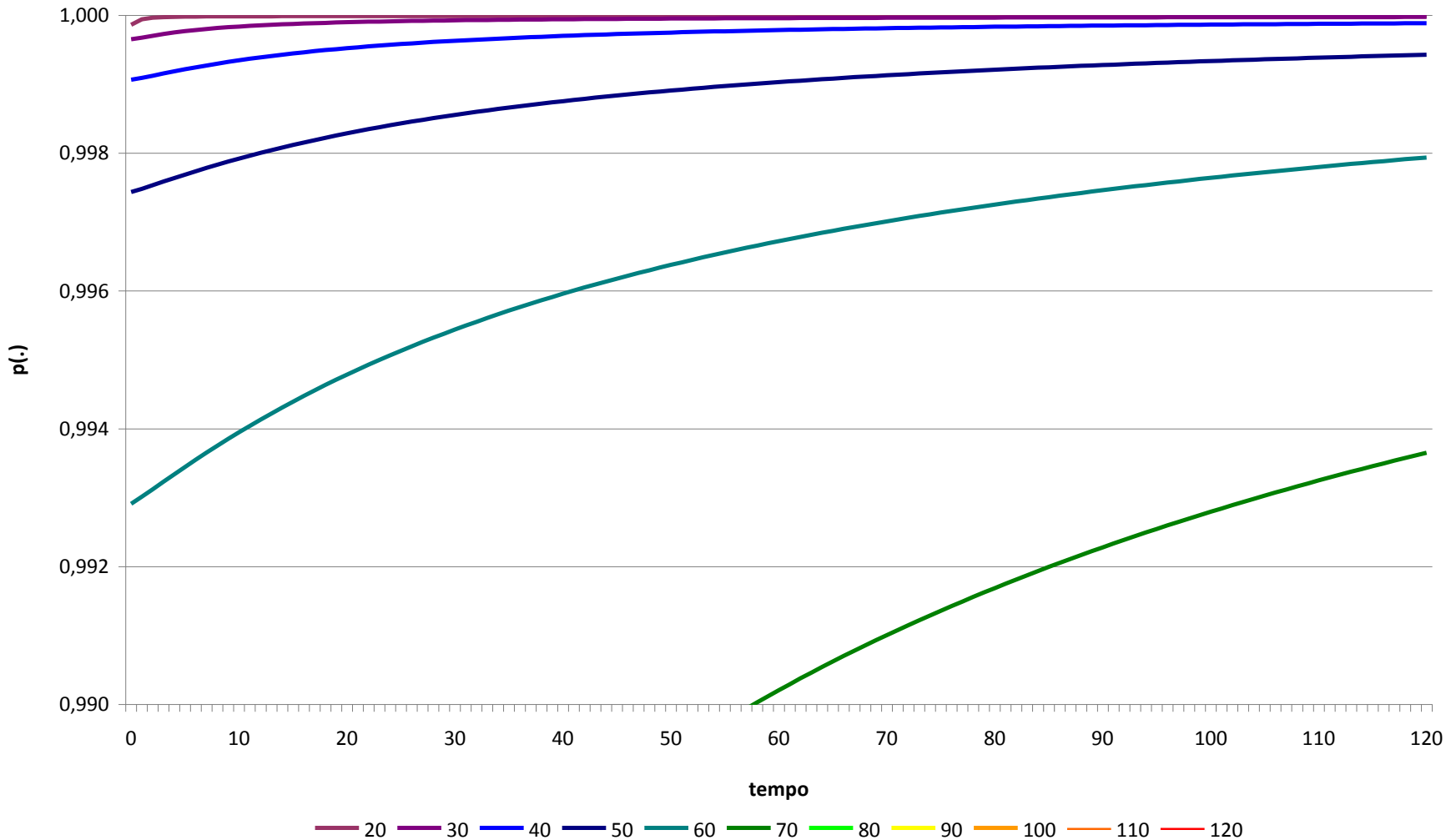
Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades selecionadas



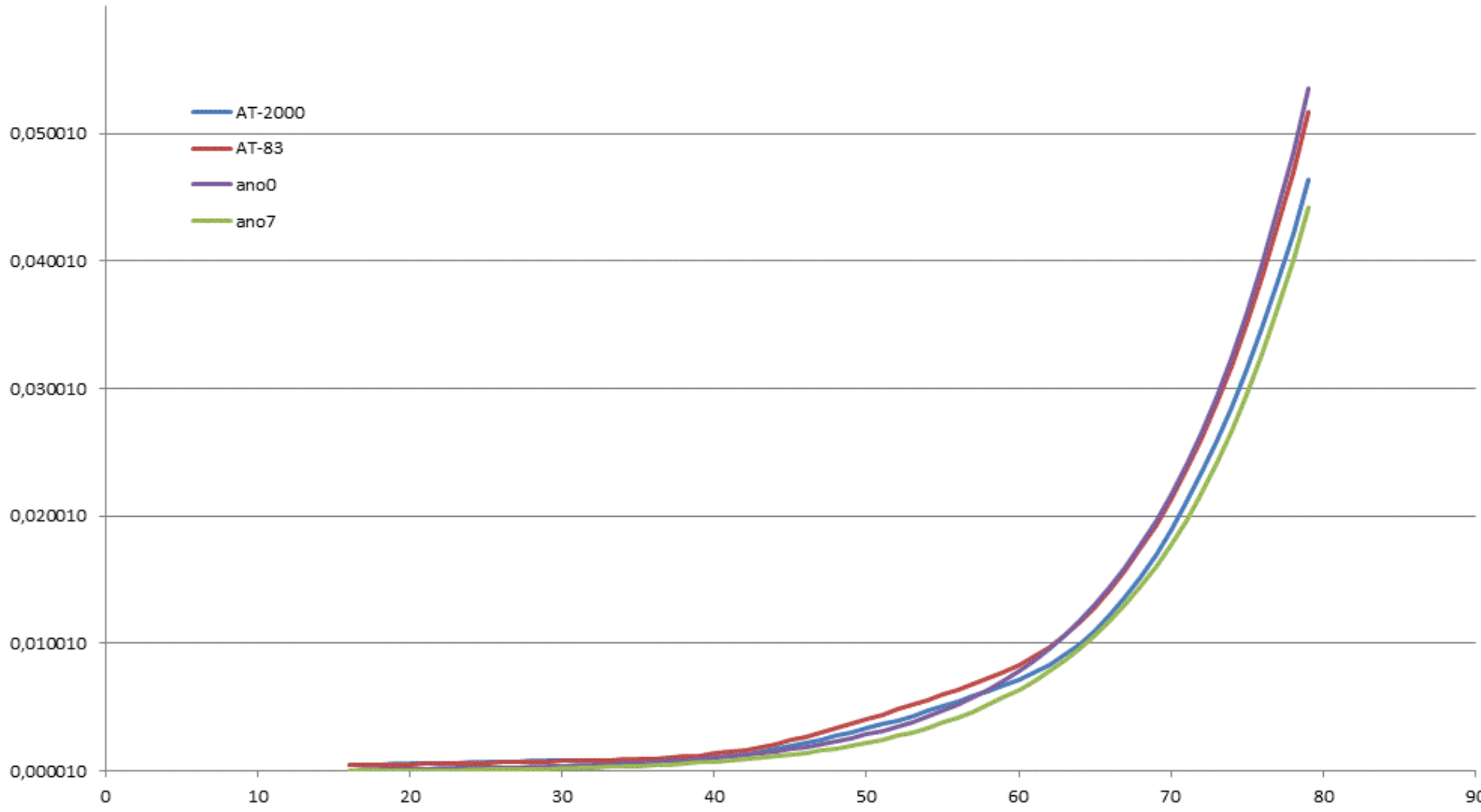
Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades selecionadas



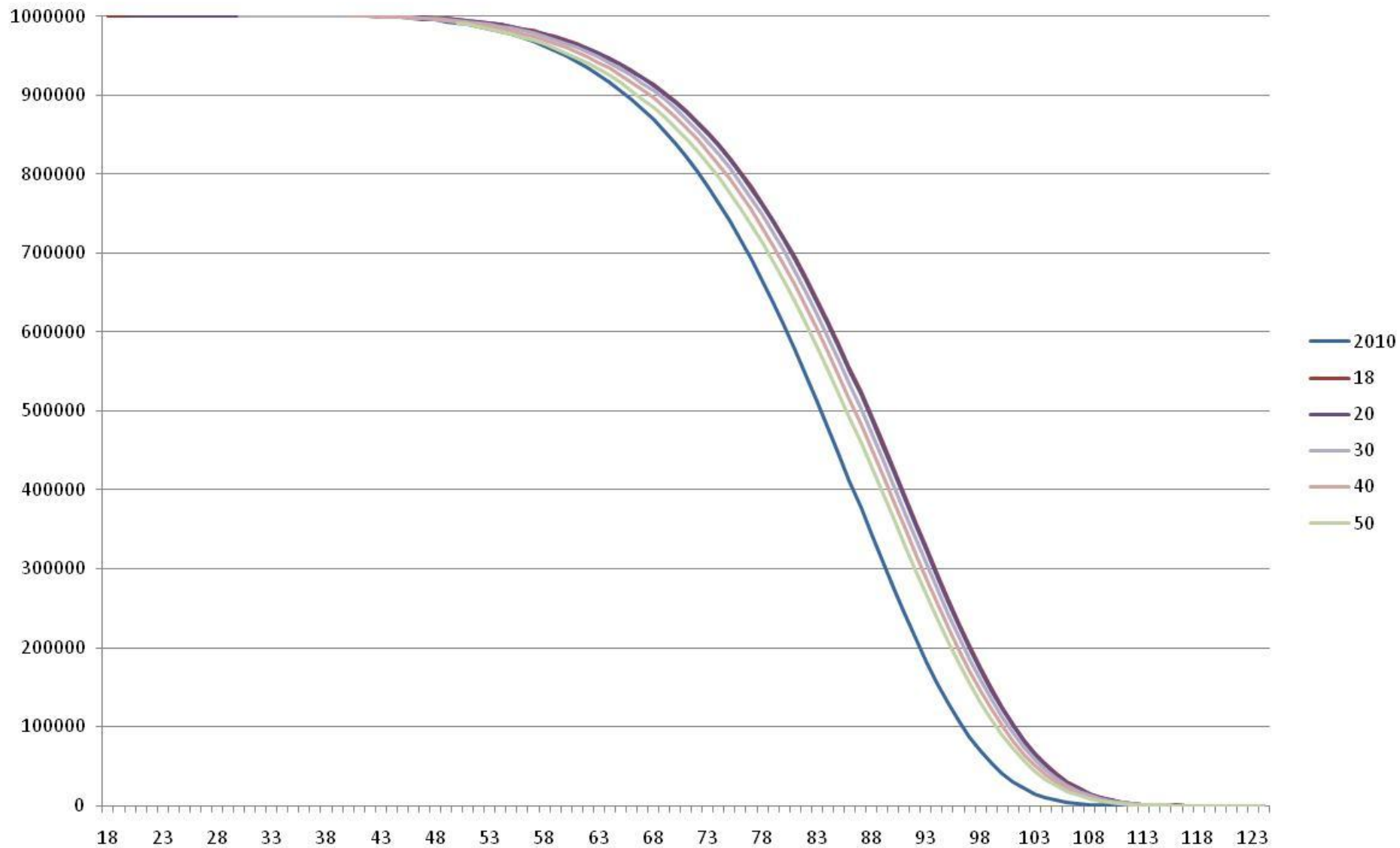
Evolução da probabilidade de sobrevivência como função do tempo para idades seleccionadas



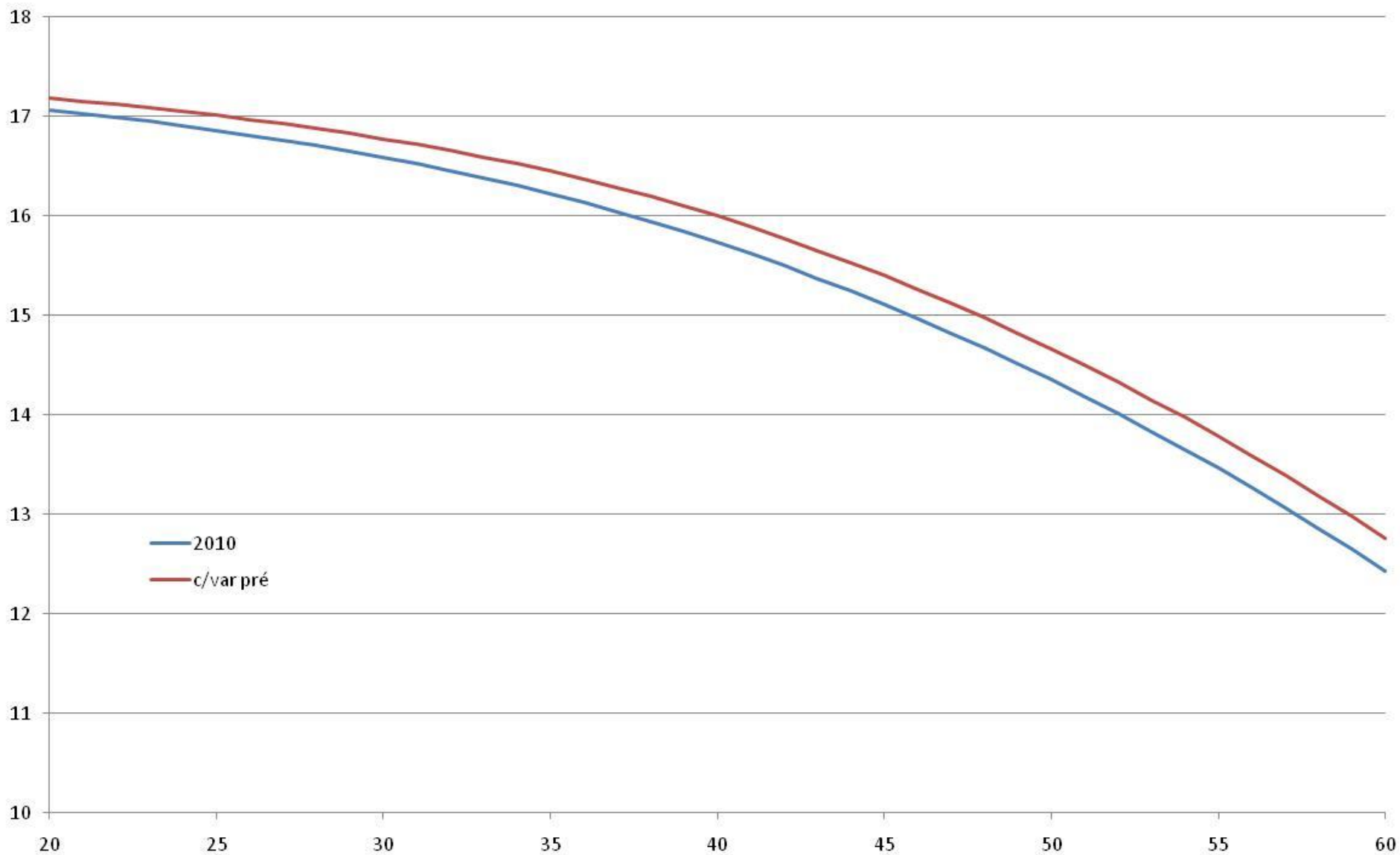
Probabilidade de morte para tábuas selecionadas



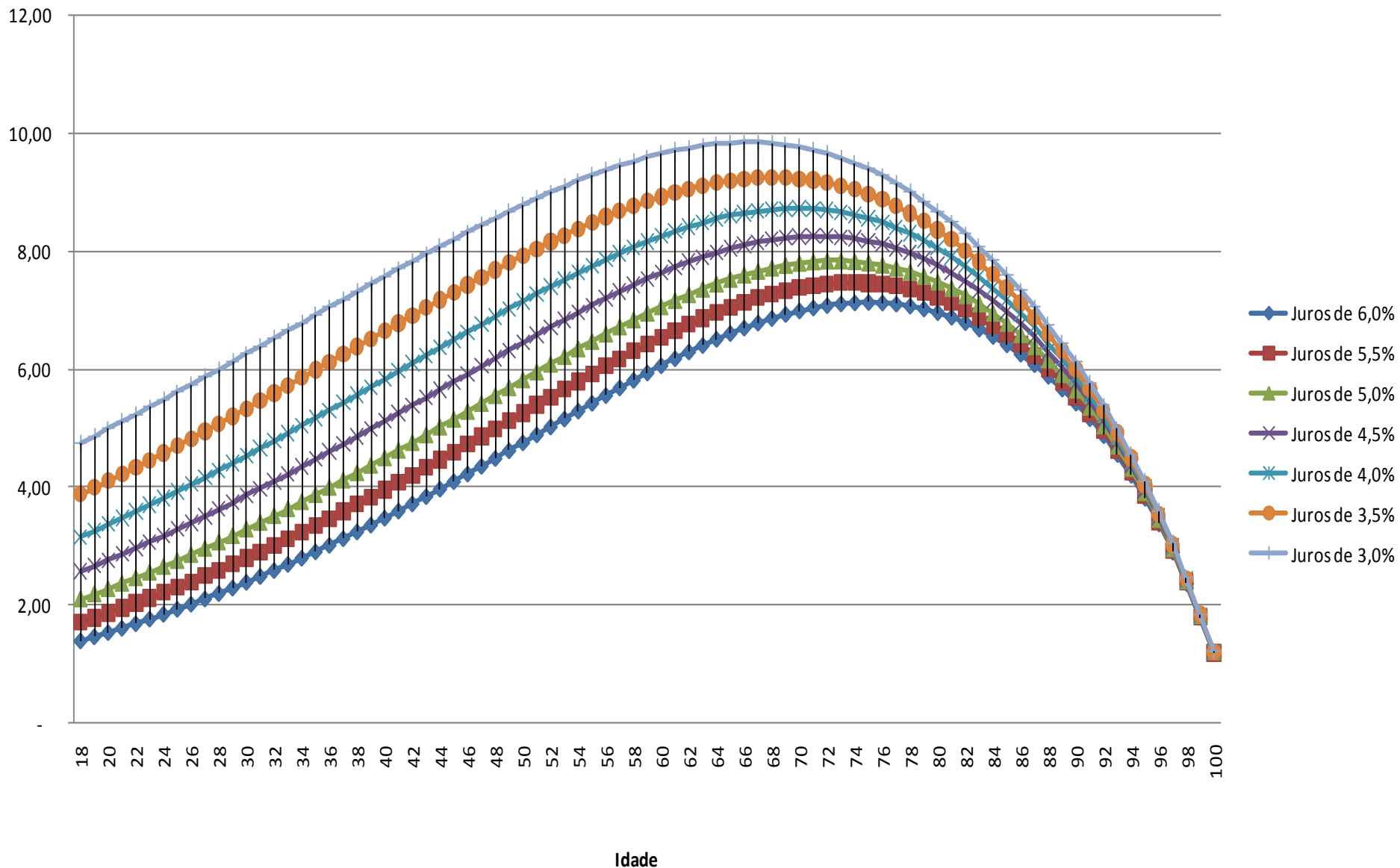
Ix estimado para 2010 e para idades seleccionadas incorporando o progresso da vitalidade humana



ax estimado para 2010 (i=6%) e com a incorporação do progresso da vitalidade humana



Impacto na anuidade atuarial ax decorrente da incorporação do progresso da vitalidade humana nas tábuas - como função da idade



Comentários e Conclusões

- Existe um impacto significativo, porém não assustador.
- Entidades abertas já estão utilizando cálculos com improvement (seja com a escala G ou fixando um percentual fixo de queda da mortalidade) para suas reservas.

- A tábua de sobrevivência bi-dimensional do Professor Rio, está construída em cima de uma experiência nacional, de uma população expressiva (por oposição ao uso da escala G – construída a partir de uma experiência americana), e diferencia os ganhos por idade (diferentemente da suposição de uma taxa uniforme de improvement).

- Comentários?
- Perguntas?

- Obrigado!
- Cálculos desenvolvidos por Kaizô Iwakami Beltrão e Antônio Carlos Cabral.